8.3. Indukzio-metodoa

Gai matematiko desberdinen propietateen eta emaitzen frogapenetan gehien erabilitako arrazonamenduetariko bat indukzio-metodoa da.

Indukzioa nabarmen diren gertaerak biltzea eta ondorioak formulatzea da, baina ondorio horiek frogatzen ez diren bitartean , aieruak baino ez dira izango.

Indukzio matematikoak hauxe dio:
n zenbaki arrunt baten menpe dagoen P(n) propietate batek ondoko bi baldintzak betetzen baditu

- n=1 den kasuan, P(1) egia dela.
- n-ren balio jakin baterako P(n) egia balitz, n-ren hurrengo balioaren kasuan P(n+1) egia dela.

orduan P(k) propietatea egia da edozein k-ren baliorentzat.

Hona hemen adibide batzuk:

1. *Froga ezazu, edozein n-rentzat, $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n-1) = n^2$ egiaztatzen dela.*

   Izan bedi A zenbaki arrunten multzoa; hau da, $A = \{n \in N \ / \ 1+3+5+7+...+ (2n-1)=n^2\}$

   a) $1 \in A$. n=1 denean frogatzen da: $1 = 1^2$

   b) n A-n dagoela suposatzen bada orduan (n+1) ere A-n egongo da.

   n A multzoan dagoela suposatzearekin hauxe esan nahi da:
   $$1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n-1) = n^2 \text{ dela}$$
   Bi ataletan hurrengo batugaia (2(n+1)-1) gehitzerakoan zera ematen da:
   $$1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n-1) + (2 (n+1)-1) = n^2 + 2n+1 = (n+1)^2$$
   Egiaztatuta geratzen da.

2. *n zenbaki arrunt bakoitzarentzat froga ezazu (2n+1)2 –1 adierazpena duen zenbakia zortziren multiploa dela.*

   a) n=1 denean, frogatuta geratzen da, (2+1)2 – 1=8, zortziren multiploa dela.

   b) Suposa dezagun propietatea n-rentzat betetzen dela, orduan M zenbaki osoa egon behar da non (2n+1)2 – 1 = 8M izan behar den.

   (n -1) zenbakiarentzat hauxe lortuko genuke:
   $$(2(n+1)+1)^2 -1 = ((2n+1)+2)^2 - 1 = (2n+1)^2 +4(2n+1) + 4 -1 = (2n+1)^2 -1 + 4(2n+1) + 4$$
   Hipotesia aplikatuz:
   $$(2n+1)^2 -1 + 4(2n+1) + 4 =8M+ 4(2n+1) + 4= 8M +8n+8 = 8(M+n+1)$$
   Beraz, 8-ren multiploa da.

(*) Buruketa ebazteko beste prozedura hau erabil daiteke: faktorketa (deskonposaketa) zuzena. Ikus dezagun:
$$(2n+1)^2 - 1 = (2n+1-1)\ (2n+1+1) = 2n\ (2n+2) = 2 \bullet 2 \bullet n \bullet (n+1)$$
n eta (n+1) zenbaki jarraituen artean bata bikoitia da, beraz $2 \bullet 2 \bullet n \bullet (n+1)$ biderketa 8-ren multiploa da.