

Unibertsitatera sartzeko Hautaprobak

- Froga ezazu, indukzioz, n zenbaki natural guztietarako ondoko berdintza beteko dela: $1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Sol:
- Aurki ezazu $2^{257} + 5$ adierazpenaren azken zifra

Sol:
- Motorista bat herritik hondartzara joan da 60 kilometro orduko abiaduraz. Itzulerako bidea 40 kilometro orduko abiaduraz egin du. Zein izan da ibilbide biak kontutan hartuta batezbesteko abiadura? (Laguntza: Erantzuna EZ da 50 kilometro orduko)

Sol: 48 km orduko
- Izan bedi $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{\sin(x) + \cos(x) - A}$. Limitea kalkulatzean, A -ren zein balio (balioentzat) aplika daiteke L'Hopitalen erregela? Arrazona ezazu erantzuna eta kalkula ezazu L kasu guztietan.

Sol: $A=1$ denean erregela aplika daiteke, beste kasuetan ZERO da. $A=1$ denean limitea 1 da
- Kalkula ezazu zortzi alde dituen poligono ganbil baten barneko angeluen batura. Zer gertatzen da 10 alde baditu? (laguntza: triangeluetan banatu.)

Sol:
- Egiaztatu, $n=5$, $n=7$ eta $n=9$ denean, $n^2 - 1$ zenbakia 8 zenbakiaren multiploa dela. Frogatu $n^2 - 1$, 8 zenbakiaren multiploa dela 3 baino handiagoak diren n zenbaki arrunt bakoiti guztietarako.

Sol: 1.080° ; 1.440°
- Bi anaia biki, Angel eta Karlos, petrolio-planta batean ingeniari modura lan egiten dute. Basamortuan zeharreko bidai batean bost eta hiru ogi eraman dituzte, hurrenez hurren. Bertan lantegiko finantza-zuzendaria den Borjarekin topo egin dute. Honek ez dauka janaririk, baina bai zortzi txanpon. Borjak janaria parte berdinetan banatzea proposatu die eta horren truke zortzi txanponak eman dizkie. Nola egin beharko dute txanponen banaketa Angelek eta Karlosek, banaketa hori zuzena izan dadin?

Sol: Angeli 7 txanpon eta Karlosi 1 txanpon emanaz.
- Adicionbenley argitaletxearen LOGSE-ko matematikako liburuak $\int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 + a^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right)$ dela dio eta, Magracolina argitaletxearen LOGSE-ko matematikako liburuak $\int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 + a^2} + a \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + a^2} - a}{x} \right)$ dela. Liburuaren batean errakuntza dago? Arrazoitu erantzuna.

Sol: Ez dago errakuntzarik.
- 51 eta 100 tartean dauden bi zenbakik $8^{16} - 1$ zenbakia zatitzen dute. Zeintzuk dira zenbaki horiek? Arrazoitu erantzuna.

Sol: 65 eta 85 zenbakiak dira.

10. Mikel, kromo pilo bat poltsikoan atera da etxetik eta bat ere gabe bueltatu da. Bere amak kromoekin zer egin duen galdetu dio eta hona hemen Mikelen erantzuna: bidetik aurkitu dudan lagun bakoitzari momentu horretan nituen kromoen erdia gehi bat eman dizkiot. Amak zenbat lagunekin topatu den galdetu dio eta Mikelek bostekin topatu dela erantzun dio. Zenbat kromo zituen Mikelek etxetik atera aurretik? Erantzuna arrazoitu.

Sol: 62 kromo geratzen zaizkio

11. Merkatari batek bere sagarrezko eta limoizko freskagarriei buruzko kontsumitzaileen iritzia ezagutu nahi du. Horretarako, iritzi-galdeketak egiten dituen SMART enpresari ikerketa bat agindu dio. SMART enpresak burututako ikerketan lortutako datuak honako hauek dira:
1. Galdetutako %12-ak ez du gustukoa ez bata ez bestea.
 2. Emakumeen artean %91-ak sagarrezkoa du gustukoa eta %94-ak limoizkoa.
 3. Gizonezkoen artean %92-ak sagarrezkoa du gustukoa eta %90-ak limoizkoa.

Datu hauek jasotzerakoan, merkatariak SMART enpresari ikerketagatik ez ordaintzea erabaki du. Zergatik? Erantzuna arrazoitu.

Sol:

12. Izan bedi A honako matrize hau: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Aurkitu A matrizearen potentzietarako eraikitze-legea, hau da, A^n erako matrizeetarako, eta frogatu lege hori indukzioa erabiliz.

Sol: $\begin{pmatrix} 1 & 2^n - 1 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$

13. David, Ignazio eta Ibon Batxilergoko bigarren ikasturteko ikasleak dira eta horrez gain, zaletasun komuna dute: surfa. Egun jakin batean, hondartzako sorosleak olatuen indarra, newtonetan neurtuta, t denboraren menpe (ordutan) ondokoa dela jakinarazi die: $F(t) = |400 - 50t|$. Olatuen indarra 50 newton baino txikiagoa bada, ezinezkoa da kirol horretan aritzea itsasoa lasaiegi dagoelako. Aldiz, olatuen indarra 200 newton baino handiagoa bada, segurtasun arauak surfean aritzea debekatzen dute. Aurreko datuekin, t egun bateko 0 orduetatik 24 orduetara mugitzen bada, zein ordutegitan praktika daiteke surfa?

Sol: 4-tik 7ra eta 9tik 12ra

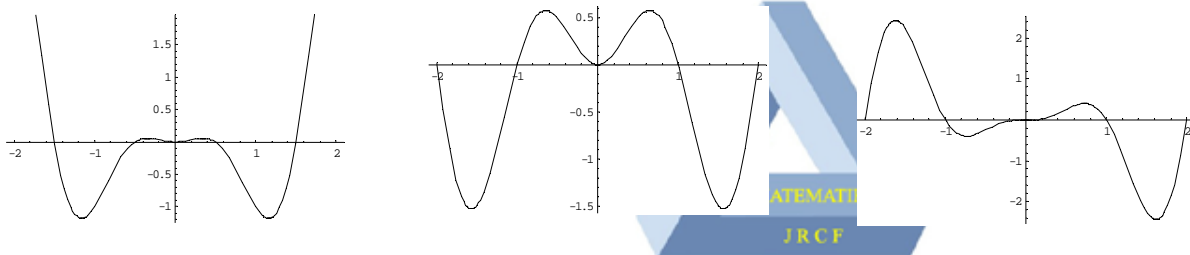
14. M eta N bi zenbaki arruntei buruz, M-1 eta N-1 lauren multiploak direla jakina da. Frogatu M eta N zenbakien karratuen kendura, $M^2 - N^2$, 8-ren multiploa dela. Derrigorrez gauza bera gertatzen al da M eta N bikoitiak badira? Erantzuna arrazoitu.

Sol:

15. Izan bedi E ondoko matrizea: $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ n zenbaki arrunt bakoitzerako, E matrizearen n-garren potentziara berretzean lortzen den matrizea E^n idatziko dugu. Aurkitu E^n eraikitzeke lege bat eta justifikatu indukzio-printzipioaren bidez aurreko legea n guztietarako betetzen dela.

Sol: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3^{n-1}}{2} & 3^n \end{pmatrix}$

16. Ondoren ageri diren grafikoak, $f(x)=x \sin(\pi x)$, $g(x)=x^2 \sin(\pi x)$ eta $h(x)=x^2 \cos(\pi x)$ funtzioei $[-2,2]$ tartean dagozkienak dira, baina zoritxarrez ez dakigu ordenaturik ala desordenaturik dauden.



Erlazionatu era arrazoituan grafiko bakoitza dagozkion funtzioarekin

Sol: 1. $h(x)$; 2. $f(x)$ eta 3. $g(x)$

17. Eskolara joateko, Anderrek 90 pauso minutuko ematen ditu. Pauso bakoitzaren luzera 75 cm da eta 16 minutu behar ditu eskolara heltzeko. Bere arreba Begoña, distantzia bikoitzera dagoen beste eskola batera doa. Begoñak 100 pauso minutuko ematen baditu, pauso bakoitzaren luzera 60 cm bada, eta gainera gozotegi batean opil bat erosteko bost minutu gelditzen bada, zenbat denbora beharko du Begoñak eskolara heltzeko? Kilometro ordutan adierazita, zein abiaduran egiten du Anderrek bere ibilbidea?

Sol: 31 min

18. $F(x)$ funtzio baten definizio-eremua $I=[3,5]$ tartea da. Kalkulatu ondoko funtzioen definizio-eremuak: $H(t)=F(t-2)$, $G(t)=F(1-3t)$, $J(t)=F(\sqrt{t+1})$

Sol: a) $[-3,-1] \cup [5,7]$; b) $[-4/3,-2/3]$; c) $[8,24]$

19. Aztertu ondoko matrizearen heina errenkada eta zutabeen transformazioak erabiliz eta kasu bakoitzean egindako transformazioa adieraziz

$$M = \begin{pmatrix} b & a & a \\ a & b & a \\ a & a & b \end{pmatrix}$$

Sol: $a=b$ denean $\text{hein}(M)=1$ eta $b=-2a$ denean $\text{hein}(M)=2$

20. Nekazari batek laukizuzen itxurako lur zatia du, aldeetako batek errekarekin muga egiten duelarik. Gainontzeko hiru aldeak hezi batez inguratu nahi baditu, zein izango da koste minimoa baldin eta hesi-metro bakoitzak 8 euro balio duela eta lur zatiaren azalera 2000 metro karratukoa dela badakigu?

Sol: $320\sqrt{10} \text{ €} = 1.011,9 \text{ €}$

21. Aurkitu, erantzuna arrazoituz, ondoko N zenbakiaren azkeneko zifra: $N = 3^{55505550555} + 55505550555$

Sol: Azken zifra 2 da

22. Aurkitu ondoko H matrizearekin eskuinaldean zein ezker aldean biderkatzean emaitza bera ematen duten bi ordenako matrizeen adierazpen orokorra.

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Sol: $\begin{pmatrix} d-c & 0 \\ c & d \end{pmatrix}$

23. Pertsona batek bere liburutegiko liburuak bero ilobei oparitu dizkie, iloba bakoitzari 17 liburu dagozkiolarik. Bestalde, lehenengo ilobari liburu bat, bigarrenari bi, hirugarrenari hiru eta modu berean gainontzeko ilobei oparitu balizkie, orduan ere liburutegia agortuta zuela jakina da. Aurreko datuak erabiliz kalkulatu iloben kopurua eta liburuen kopuru totala.

Sol: 33 iloba eta 561 liburu

24. Bilera batean guztiek elkar agurtu zuten batek n ezik. Azken honek lau pertsona baino ez zituen agurtu. Orotara agurren kopurua 109 dela jakinik, kalkulatu zenbat pertsona zeuden bileran.

Sol: 16 pertsona

25. 20 metroko zabalera duen ibai baten ertzetan palmera bana dago aurrez aurre. Palmera baten altuera 12 metrokoa da eta bestearena 8 metrokoa. Palmera bakoitzaren puntan txori bana dago eta biek arrain bera ikusi dute uretan. Bi txoriak momentu berean eta abiadura berdinarekin arrainarengana zuzentzen dira eta biek batera harrapatzen dute. Palmera bakoitzaren oinarritik zein distantziara zegoen arraina?

Sol: Txikienetik 12 metrora eta handienetik 8 metrora

26. $F(x)$ funtzioaren definizio-eremua $I=[1,9]$ tartea dela jakina da. Aurkitu, modu arrazoituan, ondoko funtzioen definizio-eremuak:

$$G(t) = F\left(\frac{1-3t}{2}\right), \quad H(t) = F(t^2), \quad J(t) = F(2t-1)$$

Sol: $G(t) \quad -\frac{1}{3} \leq t \leq -\frac{17}{3}; H(t) \quad 1 \leq t \leq 3; J(t) \quad \begin{cases} 1 \leq t \leq 5, & t \geq \frac{1}{2} \text{ denean} \\ -4 \leq t \leq 0, & t < \frac{1}{2} \text{ denean} \end{cases}$

27. Bigarren mailako bi ikasle ondoko A matrizearen n -garren potentziaren balioari buruz eztabaidan ari dira: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Baten ustez n zenbaki

arrunt bakoitzerako $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 3(2^n - 1) \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ berdintza betetzen da eta bestearen

iritziz, ordea, $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 3^n \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ da. Baten batek arrazoia al du? Erantzuna

arrazoitu

Sol: $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 3(2^n - 1) \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ dela dionak

28. Kutxa batean hiru motako txanponak daude: bi eurokoak, euro batekoak eta 50 zentimokoak. Guztira 33 txanpon daudela eta guztien balioa 40 euro dela jakina da. Mota bakoitzeko txanpon-kopurua zehaztea posible al da? Erantzuna baiezkoa izatekotan aurkitu mota bakoitzeko txanpon-kopurua. Erantzuna ezezkoa izatekotan aurkitu aipatutako moduko 33 txanponeko bi multzo desberdin gutxienez, txanponen balioa bi kasuetan 40 euro delarik.
Sol: Ez, (8,23,2) (15,2,16) (7,16,0)...
29. Aurkitu ondoko zenbakiaren azken zifra: $N = 7^{160} + 13^{14}$.
Sol: Azken zifra CERO
30. Triangelu baten aldeen luzerak zentimetrotan adieraziz gero zenbaki arruntak direla jakina da. Horrez gain, perimetroa 8 zentimetrokoa da. Triangeluaren azalera A bada, kalkulatu A-ren balio posible guztiak.
Sol:
31. Izan bitez a eta b zenbakiak, $a \cdot b > 0$ izanik. Frogatu ondokoa betetzen dela: Kartoizko 120 cm-ko aldeko karratu bat dugu. Izkinetan lau karratu berdin kendu dira gelditzen denarekin taparik gabeko kutxa bat egiteko. Kutxa honen bolumena maximizatu nahi da. Kalkulatu aurreko baldintzak betetzen dituen kutxaren dimentsioak.
Sol: Egia da.
32. Poltsa batean bi motako txanponak daude: bost zentimetrokoak eta bi zentimetrokoak, guztira 42 txanpon daudela eta guztien balioa 1,74 euro dela jakina da. Mota bakoitzeko zenbat txanpon dago?
Sol: 0,05 €-ko 30 txanpon eta 0,02 €-ko 12 txanpon
33. Zenbat diagonal ditu 20 aldeko poligono erregular batek? Zenbat diagonal ditu 40 aldeko poligono erregular batek?
Sol: 170 diagonal; 740 diagonal
34. Aurkitu A matrizearekin biderkatzerakoan konmutatzen duten bi ordenako matrize karratu guztiak. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Sol: $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$
35. Dantzaldi batean orotara 20 pertsona egon ziren. Lehenengo neska 7 mutilekin dantza egin zuen, bigarrenak 8-rekin eta horrela, hurrenez hurren, azkeneko neska arte, mutil guztiekin dantza egin zuena. Zenbat mutil zeuden dantzaldian?
Sol: 7 mutil
36. Motozikleta-lasterketa batean hiru motozikleta aldi berean atera dira. Bigarrenak, lehenengoak baino 15 kilometro gutxiago egiten du orduko eta hirugarrenak baino 3 kilometro gehiago. Jakina da bigarrena lehenengoa baino 12 minutu beranduago iritsi dela helmugara eta hirugarrena baino 3 minutu lehenago. Zehaztu
 a) Lasterketaren distantzia.
 b) Motozikleta bakoitzaren abiadura.
Sol:

37. Ondoko funtzioak gai jakin baten x kilogramoren produkzio eta salmentaren etekina ematen du $B(x) = -0,01x^2 + 3,6x - 180$
- a) Zehaztu zenbat kilo produzitu eta saldu behar diren etekina maximoa izan dadin.
- b) Zehaztu gehienez zenbat kilo produzitu eta saldu daitezkeen enpresak galerarik ez izateko.
- Sol: a) 180 kg; 60 kg gutxienez eta 300 kg gehienez.*
38. Zenbaki bati palindromo deritzo baldin eta ezkerretik eskuinera zein alderantziz berdin irakurtzen bada. Adibidez 121 zenbakia palindromoa da.
- a) Kalkulatu bost zifrako zenbakien artean zenbat palindromo dauden.
- b) Horien artean, zenbat dira 56266 baino handiagoak?
- Sol: 900 zenbaki palindromo eta 673 dira 56266 baino handiagoak.*
39. Bi txirrindulari belodromoan abiadura konstantez korrika egiten ari dira. Kontrako noranzkoetan egiten dutenean 10 segunduro elkartzen dira, bestalde, noranzko berean doazenean, txirrindulari batek bestea 170 segunduro iristen du. Zein da txirrindulari bakoitzaren abiadura? Pistaren luzera 170 metro dela jakina da.
- Sol: 9 m/s eta 8 m/s*
40. Pertsona batek zigilu-sorta baten salmentaren truke 5,27 euro lortu ditu. Zigilu guztiak balio berekoak dira eta bakoitzaren prezioa hogeituzentimo baino txikiagoa da. Zenbat zigilu saldu ditu? Zein da zigilu bakoitzaren prezioa?
- Sol: 27 gutxienez, 0,1951 eurotan*
41. Pertsona bat forma karratuko zelai baten inguruan ibili da. Bidearen lehenengo aldetik 4 km/h-ko abiaduraz ibili da, bigarrenetik 5 km/h-ko abiaduraz, hirugarrenetik 10 km/h-ko abiaduraz eta laugarrenetik 20 km/h-ko abiaduraz korrika egin zuen. Zein izan da itzuli osoko batez besteko abiadura?
- Sol: 20/3 km/h*
42. 1 erradioko zirkulu batean karratu bat inskribatu da. Kalkulatu karratua eta zirkunferentziaren arteko eremuaren azalera.
- Sol: $\pi - 2 \text{ u}^2$*
43. Triangelu baten oinarria %10a handitzen bada eta altuera %10a txikitzen bada, azalera aldatuko al da? Erantzuna baiezkoa izatekotan handitze- edo gutxitze-ehunekoa adierazi.
- Sol: %1ean gutxiagotu*
44. Nereak 3 digitu ezberdin aukeratu ditu eta beraiekin osa daitezkeen hiru zifrako zenbaki guztiak idatzi ditu, errepikapenik gabe. Jarraian, lortutako zenbaki guztien batura kalkulatu du. Aurkitu Nerearen batura, hasierako digituen batura 14 zela jakinik.
- Sol: Batura = 3.108*
45. Bi txalupa aldi berean eta toki berdinetik atera dira, bata Iparralderantz 120 kilometro orduko abiadurarekin eta bestea Ekialderantz 64 kilometro orduko abiadurarekin. Zazpi minutu eta erdi beranduago, zein da bi txalupen arteko distantzia?
- Sol: 17 km*

46. Bildumari batek posta-zigilu pila bat oparitzea erabaki du. Topatu duen pertsona bakoitzari gelditzen zaizkion zigilu-kopuruaren erdia gehi bat eman dizkio. Zehazki sei pertsonarekin topo egin du. Bukaeran zigilu guztiak oparitu baditu, zenbat zigilu zituen bildumariak?

Sol:

47. Inprimategi batek 8 cm aldeko 3 000 panfleto karratu inprimatu behar ditu. Lana burutzeko A edo B motako orriak erabili behar ditu, A motako orrien dimentsioak 22 cm bider 34 cm izanik, eta B motakoenak 21 cm bider 28 cm. Erabaki zein tamainako orriak erabili behar diren, ahalik eta paper gutxien alferrik galdu nahi bada.

Sol:

