

1. Bila itzazu ondoko funtzioaren izate-eremua eta muturrak: $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-z}$
2. Kalkula ezazu $x^2 + y^2 = 25$ zirkunferentziak eta $x_1=3$ eta $x_2= -3$ abzisadun puntuetan zirkunferentzia honen zuzen ukitzaileek determinatzen duten erroboak mugatzen duen gainazalaren azalera. Erabil ezazu irudiaren simetria. Egizu adierazpen grafikoa.
3. Bila ezazu ondoko funtzioaren maximo, minimo eta inflexio-puntuak: $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$. Kalkula itzazu funtzioaren balioak puntu hauetan.
4. Bi higikor bertikal berdinean aurkitzen dira momentu guztietan ondoko ekuazioen trai-ektoriak jarraituz $y = 2x^2 - 8x + 1$ eta $2y = x^2 + 8x - 5$. Zein puntutan dira paraleloak be-
raien ukitzaileak?
5. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+b} - 1}{x}$
6. Kalkula itzazu ondoko limiteak: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{\ln x} \right)$ eta $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$
7. Kalkulatu $\int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx$ integrala, eta bilatu $y = \tan^3(5x^2)$ funtzioaren deriba-
tua.
8. Kalkula itzazu ondoko limiteak: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$ eta $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x}$, eta bilatu ondoko
funtzioaren deribatua, emaitza sinplifikatuz: $y = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4} \right) \arcsin x + \frac{x}{4} \sqrt{1-x^2}$
9. Kalkula ezazu $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$. Kalkula ezazu $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ funtzioaren deriba-
tua, eta gorakor eta beherakor tartekak.
10. Kalkula itzazu $y = \frac{x^2 - 3x - 19}{x + 4}$ funtzioaren puntu kritikoak eta gorakor beherakor tar-
teak.
Kalkula ezazu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$
11. Azter eta irudika ezazu $y = x \ln(x)$ funtzioa.
12. Froga ezazu $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ kurbak lerrokaturik dauden hiru inflexio-puntu dauzkala.
13. Azter ezazu $y = x^4 - 2x^2$ funtzioaren gorapen eta beherapen tartekak.

14. $y = \ln \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$ ekuazioa duen kurbaren tangenteen ekuazioak bila itzazu, jakinik $x-y+10=0$ zuzenari paraleloak direla.
15. $y = x - \ln(1+x)$ funtzioa emanik, aurki ezazu beraren izate-eremua. Halaber, kalkula itzazu gorapen-tarteak.
16. $y = \ln((x+1)(x+2))$ funtzioa emanik, azter itzazu izate-eremua, gorapen eta behearapen tarteak.
17. Aurki itzazu $y = 16^x - 8x \ln(4)$ funtzioaren maximoak eta minimoak.
18. Kalkula ezazu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^3}$
19. Kalkula ezazu $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3} \right)$
20. Egin ezazu $y = \frac{1}{x^2 + 3}$ funtzioaren adierazpen grafikoa.
21. Aurki itzazu a eta b konstanteen balioak, $y = a \ln(x) + bx^2 + x$ funtzioak, $x_1=1$ eta $x_2=2$ abzisa-dun puntuetan mutur erlatiboak izan ditzan. Kasu bakoitzean determinatu ezazu maximoak ala minimoak diren.
22. Idatz itzazu $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$ kurbaren zuzen ukitzaileren ekuazioak, $y=1$ deneko puntuetan. Aurki ezazu zuzen hauek eratutako angelua eta adieraz itzazu plano koordinatuan.
23. Froga ezazu $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$ kurbak lerrokaturik dauden hiru inflexio-puntu dauzkala. Bilatu puntu horiek.
24. Puntu batetatik $y = \sqrt{6x-1}$ funtziora zuzen ukitzailera irudikatzen da. Zeintzuk dira puntu honen koordinatuak, baldin eta bertan ukitzailerak eta abzisa ardatzak eratu duten angelua 60° koa bada?
25. $O(0,0)$ puntutik, $y = x^2 - 4x + 1$ parabolara bi zuzen ukitzailerak irudikatzen dira. Bila itzazu zuzen horien ekuazioak. Egizu adierazpen grafikoa.
26. Kalkula ezazu ondoko funtzioaren deribatua $y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2x-x^2}$, emaitza ahalik eta gehien sinplifikatuz. Aurki ezazu zuzen ukitzaileren ekuazioa $x_0=1$ abzisa-dun puntuetan.
27. Kalkula ezazu $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3} \right)$
28. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$



29. Kalkulatu $y = \arcsen \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ($x > 0$) funtzioaren deribatua, emaitza ahalik eta gehien laburtuz. Kalkula ezazu zuzen ukitzaillearen ekuazioa $x_0 = 1$ abzisa-dun puntuan.
30. Aurki itzazu $y = x^4 - 2ax^2$, ($a > 0$), funtzioaren maximo eta minimoak. Kalkula ezazu a delakoaren balioa, maximo eta minimo horiei dagozkien puntuek eratutako triangeluaren azalera $4\sqrt{2} u^2$ koa dela jakinik.
31. Aurki itzazu $y = \ln(x^2 + 1)$ funtzioaren izate-eremua, gorakortasun eta beherakortasun tarteak, eta ahurra eta ganbila deneko tarteak.
32. Kalkula ezazu $y = 3 \sin^4 x \cos^2 x + \sin^3 x$ funtzioaren deribatua, emaitza ahalik eta gehien sinplifikatuz. Aurki itzazu maximoak eta minimoak $[0, \pi]$ tartean.
33. Aurki itzazu a eta b konstanteen balioak, $y = a \ln x + bx^2 + x$ funtzioak, $x_1 = 1$ eta $x_2 = 2$ abzisa-puntuetan mutur erlatiboak izan ditzan. Kasu bakoitzean determina ezazu ea maximoak ala minimoak diren.
34. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$
35. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 4x}{\ln \cos 3x}$
36. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{\cos \frac{x}{2} - 1}$
37. Kalkula ezazu: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$
38. Azter ezazu $y = e^{-x^2}$ funtzioa, eta adieraz ezazu grafikoki.
39. Kalkula ezazu lehen koadranteko erdikariko puntu bat, non bertatik $A(0,5)$ eta $B(11,0)$ puntuetarainoko distantzien karratuen batura minimoa den.
40. Aurki itzazu $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ funtzioaren gorapen eta beherapen tarteak, eta ahurtasun tarteak.
41. Aurki itzazu $y = \frac{1}{3} \ln \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$ funtzioaren izate-eremua, eta maximo eta minimoak.
42. $y = \frac{ax}{x^2 + 1}$ kurbari $x=0$ abzisa-puntuan ukitzaillea den zuzena, $y = (x+1)^3 + 4$ kurbaren inflexio-puntutik pasatzen da. Aurki ezazu a -ren balioa.
43. $f(x) = \ln((x+1)(x+2))$ funtzioa emanik, aurki itzazu definizio-eremua, eta gorapen eta beherapen tarteak.

44. Kalkula ezazu: $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\cotan x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$
45. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1-\cos x}$
46. Aurki itzazu $y = e^{\frac{x^2}{2}-x}$ funtzioaren gorapen- eta ahurtasun-tarteak.
47. $y = (x+b) e^{ax}$ funtzioak minimo bat dauka (0,-1) puntuan. Aurki itzazu a eta b-ren balioak.
48. $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ funtzioa emanik, non A, ω eta φ konstanteak diren, aurki ezazu $f''(t)$ bigarren deribatua. Egiazta ezazu, $f''(t) = -c f(t)$ ekuazioa betetzen dela, c konstantea izanik. Aurki ezazu c-ren balioa.
49. Egizu $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{4}{3}$ funtzioaren adierazpen grafikoa eta aurki ezazu x-en balio-multzoa $0 \leq f(x) \leq 4/3$ desberdintzak bete daitezzen.
50. Kalkulatu $y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2} x - x^2$ funtzioaren deribatua emaitza sinplifikatuz. Kalkulatu $x_0=1$ abzisa puntuan ukitzailea den zuzenaren ekuazioa.
51. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \ln \frac{1+x}{x} \right)$
52. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{1/x} - 1 \right)$
53. Egiazta ezazu, $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 18$ funtzioaren maximoa, minimoa eta inflexio-puntua, lerrokatuak daudela.
54. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cotg x - \frac{1}{x} \right)$
55. Aurki ezazu $y = \ln(1+x^2)$ kurbako puntua, zeinetan zuzen ukitzailea, $x=1$ abzisadun puntutik marrazturiko tangentearen perpendikularra den.
56. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ funtzioa emanik, aurki itzazu a, b, c eta d koefizienteak, kurbaren tangentearen ekuazioa (1,0) inflexio-puntuan $y = -3x + 3$ dela, eta funtzioak $x=0$ abzisadun puntuan mutur bat daukala jakinik.
57. Egin ezazu $f(x) = x^2 - 2|x|$ funtzioaren ikerketa osoa (izate-eremua, simetriak, ardatze-kiko ebaki-puntuak, gorapen- eta beherapen-tarteak, muturrak eta abar) eta adieraz ezazu grafikoki. Eskala orientagarria: 1 unit.=1 cm.



58. Zatika definitutako $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ \sin(px), & x \geq 0 \end{cases}$ funtzioa emanik: a) Egiazta ezazu $f(x)$ funtzioa jarraitua dela, p parametroak edozein balio duelarik. b) $f(x)$ funtzioa bere izate-eremuan deribagarria izan dadin aurki ezazu p parametroaren balioa. c) Egizu adierazpen grafikoa $[-\pi, \pi]$ tartean, aurreko atalean lortutako p -ren baliorako. Eskala orientagarria: 1 unit. = 1 cm
59. Egin ezazu $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ funtzioaren ikerketa osoa (izate-eremua, simetriak, ardatzekiko ebaki-puntuak, gorapen eta beherapen tartekak, muturrak, eta abar). Adieraz ezazu grafikoki. Eskala orientagarria: 1 unit. = 1 cm
60. Batezbesteko balioari buruzko Lagrange-ren teorema eta beronen interpretazio geometrikoa. Aplikatu ezazu $y = x^3$ funtzioarentzat $[-1, 2]$ tartean.
61. Egizu ondoko funtzioaren azterketa osoa: $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ bada} \\ x e^{-x}, & x > 0 \text{ bada} \end{cases}$ (izate-eremua, simetriak, ardatzekiko ebaki-puntuak, gorapen- eta beherapen-tartekak, muturrak, inflexio-puntuak eta abar) eta adieraz ezazu grafikoki.
62. Aurki itzazu perimetro handienetako errektanguluaren aldeak, jakinik $R=10$ unitateko erradiodun zirkunferentzierdi batean inskribaturik dagoela, eta beraren aldeetariko bat zirkunferentzierdiaren diametroaren gainean dagoela.
63. a) Aurki ezazu p parametroaren balioa $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 1 \text{ bada} \\ x + p, & x > 1 \text{ bada} \end{cases}$ funtzioa ardatz erreal osoan jarraitua izan dadin. Kasu horretan adieraz ezazu grafikoki.
b) Aurki ezazu $(-\infty, 1)$ tarteko puntua, non kurba horrekiko tangentea $4x + 2y - 3 = 0$ zuzenarekiko paraleloa den.
64. Rolle-ren teorema eta beronen interpretazio geometrikoa. Azter ezazu, ea $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ -x + 3, & 1 < x \leq 3 \text{ bada} \end{cases}$ funtzioak $[0, 3]$ tartean, Rolle-ren teorema egiaztatzen duen.
65. Funtzio baten deribatua puntu batetan. Kontzeptua. Interpretazio geometrikoa. Kurba baten puntu batetako zuzen ukitzailaren dedukzioa. Froga ezazu $y = |x|$ $x=0$ abzisa puntuan deribagarria ez dela.
66. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 1 \text{ bada} \\ ax + b, & 1 < x < 3 \text{ bada} \\ 4, & 3 \leq x \text{ bada} \end{cases}$ funtzioa emanik, Bila itzazu a eta b -ren balioak funtzioa jarraitua izan dadin eta, kasu horretan ikertu ezazu bere deribagarritasuna. Adieraz ezazu grafikoki.
67. Ibai lerrozuzen baten ertzetik 12 km-tara kokaturik dagoen lantegi batek, ibaiertzean kokaturik dagoen hiri batetara garraiatu behar ditu bere produktuak, fabrikatik hurbilen dagoen ibaioko puntutik hirirako distantzia 80 km-takoa delarik. Kamioien bidez eginiko garraioaren tonako eta kilometroko kostua 130 pta-takoa da, ibaian zeharreko ga-

rraioa, gabarren bidez eginikoaren tonako eta kilometroko kostua 50 pta-takoa delarik. Ibaieratzeko zein puntutan kargatu behar da merkantzia gabarretan, garraioaren kostu osoa minimoa izan dadin?

68. $y = \ln(x^3 - 3x)$ funtzioa emanik. a) Kalkula ezazu izate-eremua. b) Kalkula itzazu mutur erlatiboak. c) Kalkula itzazu ahurtasun- gantitasun-tarteak. d) Kalkula itzazu asintotak.
69. f funtzioa bere puntu guztietan deribagarria dela, bere deribatuak x guztietarako $f'(x) \geq 1$ egiaztatzen duela eta $f(0) = 3$ dela jakinik, froga ezazu $f(22) \geq 25$ dela.
70. Aurki itzazu a eta b -ren balioak, $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + 1$ funtzioak $x=1$ puntuan maximo bat eta $x=2$ puntuan minimo bat eduki ditzan.
71. Aurki ezazu k parametroaren balioa, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + k}$ funtzioak zehazki mutur erlatibo bakar bat eduki dezan.
72. $f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \text{ bada} \\ \frac{1}{|x|}, & x \neq 0 \text{ bada} \end{cases}$ adierazpenaren bidez $[-1, 1]$ tartean definituriko f funtzioak, $f(-1) = f(1)$ egiaztatzen du. Ba al dago $[-1, 1]$ tarteko punturik non bere deribatua zero-
ren berdina den? Hau, Rolle-ren teoremarekiko kontraesanean al dago?
73. Aurki ezazu zein (edo zeintzuk) puntutan $y = x^3 - 3x + 1$ kurbarekiko zuzen tangentea OX ardatzarekiko paraleloa den eta aurki ezazu zuzen horren (edo horien) ekuazioa.
74. Funtzio gorakor batek ondoko baldintzak egiaztatzen ditu: $f(1) = 1$, $f(2) = 3$ eta $f(3) = 10$. Aurki itzazu, arrazoituz, $[1, 3]$ tartean $P = \{1, 2, 3\}$ partiketarekiko $f(x)$ funtzioari dagozkion goi eta behe-batura.
75. Bila ezazu zein (zeintzuk) puntutan $y = x^3 - 3x + 1$ kurbaren ukitzailea OX ardatzari paraleloa den, eta bila ezazu zuzen horren (horien) ekuazioa (ekuazioak).
76. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$
77. Kalkula ezazu ondoko limitea: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3}$
78. Puntu guztietan deribagarria den funtzio batek $x=0$ eta $x=1$ puntuetatik bi minimo erlatibo baldin badauzka, gerta al daiteke bi puntu hauek funtzioaren mutur erlatibo bakar-
rak izatea? Arrazona ezazu erantzuna.
79. Puntu guztietan deribagarria den funtzio batek $x=0$ eta $x=1$ abzisa puntuetan bi minimo erlatibo ditu. Gerta daiteke bi puntu horiek funtzioaren mutur erlatibo bakar-
rak izatea? Arrazoitu erantzuna.
80. Anjel deitutako UBI-ko ikasle batek limite bat kalkulatu behar du. Horretarako, Karlos, bere anai bikiaren laguntza du eta, Borja, bere lagunarena. Limitea A parametroaren

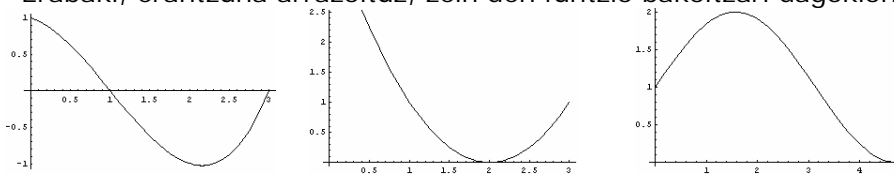
menpe dago: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x+A}$ Borjak L'Hopital-en erregela aplikatu behar duela esaten dio, A-ren edozein balioentzako. Karlos-ek, ordea, A-ren balio batzuentzat erregela hura ezin dela aplikatu esaten dio. Zeinek esaten dio egia eta zergatik?

81. $f(x) = Ax^2 + Bx$ funtzioa gorakorra da $(-\infty, 1]$ tartean eta beherakorra $[1, \infty)$ tartean. Gainera $x=1$ denean bere balioa L dela dakigu, non $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$ den. Kalkulatu, arrazoituz, A eta B
82. $y = x^2 + 9$ kurbaren kanpotik dagoen $P=(0,0)$ puntutik igarotzen den eta kurbari ukitzailea den zuzenaren ekuazioa bila ezazu, baita ukitzaile puntua.
83. Egin eskematikoki $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$ funtzioaren grafikoa, arrazoituta ikertuz asintotak eta maximo eta minimoak (badaude).
84. $y = x^2 + 9$ kurbaren kanpotik dagoen $P=(0,0)$ puntutik igarotzen den eta kurbari ukitzailea den zuzenaren ekuazioa bila ezazu, baita ukitzaile puntua.
85. Anjel izeneko UBiko ikasle batek, limite bat kalkulatu behar du. Karlos anaia bikiaren eta Borja adiskidearen laguntza du horretarako. Limitea A parametroaren menpekkoa da: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x+A}$ Borjak esaten dio L'Hopital-en erregela aplikatu behar duela, A edozein delarik ere, baina Karlosek esaten dio A-ren balio batzuetarako metodo hori ez dela aplikagarria. Nor dago zuzen eta zergatik?
86. $f(x) = Ax^2 + Bx$ funtzioa gorakorra da $(-\infty, 1]$ tartean eta beherakorra $[1, \infty)$ tartean. Gainera $x=1$ puntuan hartzen duen balioa L dela ere badakigu, non $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Kalkulatu A eta B-ren balioak, arrazoituz.
87. Ikertu ondoko limite hau A-ren balioen arabera, $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{x^2 + A}$
88. Izan bedi f ondoko eran definitutako funtzioa: $f(x) = \begin{cases} x - x^2 + \alpha, & x > 2 \text{ bada} \\ \alpha x, & x \leq 2 \text{ bada} \end{cases}$. Azter ezazu f funtzioaren deribagarritasuna $x=2$ puntuan α parametroaren arabera.
89. Izan bedi f ondoko eran definitutako funtzioa: $f(x) = \begin{cases} x - x^2 + \alpha, & x > 2 \text{ bada} \\ \alpha x, & x \leq 2 \text{ bada} \end{cases}$. Azter ezazu f funtzioaren deribagarritasuna $x=2$ den puntuan α parametroaren arabera.
90. Deribagarritasunaren definizioa erabiliz, aztertu ea ondoko funtzioaren deribatua existitzen den $x=1$ puntuan $f(x) = \begin{cases} |x-1|, & x < 1 \text{ bada} \\ |2x-1|-1, & x \geq 1 \text{ bada} \end{cases}$
91. Enuntzia ezazu kalkulu diferentzialaren batezbesteko balioaren teorema. Aplikatu teorema hori $f(x) = x^2 + x$ funtzioari $[-1, 2]$ tartean.
92. Enuntzia ezazu kalkulu diferentzialaren batezbesteko balioaren teorema. Aplikatu teorema hori $f(x) = x^2 + x$ funtzioari $[-1, 2]$ tartean.

93. Kalkulatu hurrengo limitea a parametroaren arabera, kalkulu horretan erabilitako prozedura azalduz eta justifikatuz, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax) + \ln(1-ax)}{x^2}$

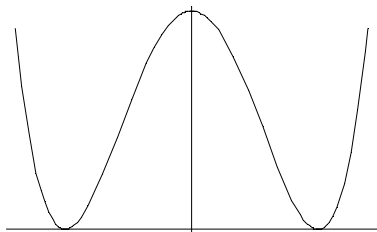
94. Izan bedi f ondoko funtzioa $f(x) = \begin{cases} ax + 2bx^2, & x \leq 1 \text{ bada} \\ x^2 - 2x + a, & x > 1 \text{ bada} \end{cases}$. Aztertu f funtzioa zuzen erreal osoan deribagarria izatea egiten duten a eta b parametroen baliorik existitzen den. Existitzerakoan kalkulatu balio horiek.

95. Azpian ageri diren grafikoak, f funtzio bati, f' bere deribatuari eta f'' funtzio bati dagozkie. Hiru funtzioak tarte berean definituta daude. Zoritzarrez, irudiareraikitzerakoan (zeinetan koordinatu ardatzak ere ageri diren) grafikoak zoriz kokatu dira. Erabaki, erantzuna arrazoituz, zein den funtzio bakoitzari dagokion grafikoa.

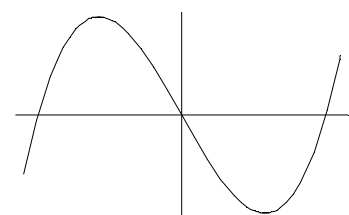
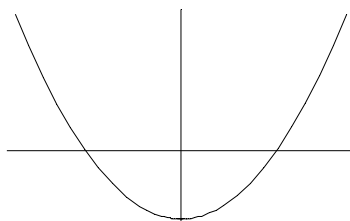
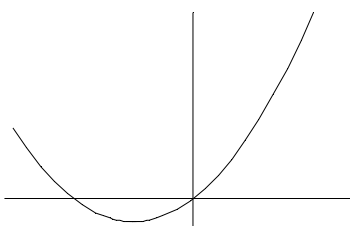


96. Ba al dago $I=[1,5]$ tartean definitutako funtzio jarraiturik, $x=3$ puntuan maximo lokal (erlatibo) bat duena baina $x=3$ puntuan deribagarria ez dena? Erantzuna arrazoitu.

97. Ondokoa, f funtzioaren grafikoa da:



Gainontzeko beste hiru grafikoen artean $f'(x)$ bere deribatuarena eta $f''(x)$ bere bigarren deribatuarena daude. Horrez gain, beste grafiko bat dago aurrekoekin inolako harremanik ez duena. Grafikoak tarte berean irudikatuta daudela jakinda, grafikoek zein da $f'(x)$ -rena? Eta $f''(x)$ -rena?



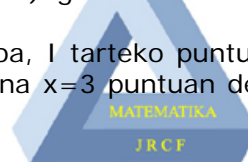
Erantzuna arrazoitu

98. f funtzioari buruz, ondoko datuak ezagunak dira: f zuzen errealeko puntu guztietan deribagarria da eta bere deribatua $f'(x) \geq 3$ betetzen du x guztietarako. Horrez gain $f(1)=1$ da. Datu nahiko al ditugu $f(21) \geq 61$ dela ziurtatzeko? Erantzuna arrazoitu. Antzeko argudioak erabiliz, zer esan dezakegu $f(40)$ balioari buruz? Oharra: Batezbesteko balioaren teorema erabil daiteke.

99. Izan bitez g , f_1 eta f_2 ondoko funtzioak: $g(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \text{ bada} \\ x+1, & x \geq 1 \text{ bada} \end{cases}$, $f_1(x) = (x-1) \cdot g(x)$ eta $f_2(x) = (x-1)^2 \cdot g(x)$. Aztertu f_1 eta f_2 funtzioen deribagarritasuna $x=1$ puntuan.

100. Izan bedi $f(x) = x^2 - 3x + 4$ funtzioa. a) Kalkulatu f funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa hautazko $x=a$ puntuan. b) Aurkitu a parametroaren balioa (edo balioak), aurreko zuzena $P=(0,0)$ puntutik (zeina kurbatik kanpo dagoen) igarotzeko.

101. Existitu al daiteke $I=[0,5]$ tartean definituriko f funtzioa, I tarteko puntu guztietan jarraitua dena, $x=3$ puntuan maximo lokal bat duena baina $x=3$ puntuan deribagarria ez dena? Erantzuna arrazoitu.



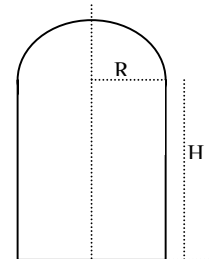
102. Izan bedi ondoko funtzioa: $f(x) = \frac{x^3}{4x^2 + 1}$. Kalkulatu bere asintota zeharriaren ekuazioak. Aztertu f funtzioaren gorakortasuna eta maximo eta minimoen existentzia.

103. f funtzioari buruz, ondoko datuak ezagunak dira: f zuzen errealeko puntu guztietan deribagarria da eta bere deribatua $f'(x) \geq 10$ betetzen du x guztietarako. Horrez gain, $f(-1) = -9$ da. Datu nahiko al ditugu $f(1) > 10$ dela ziurtatzeko? Erantzuna arrazoitu.

104. Aurkitu a eta b balioek bete behar dituzten baldintzak ondoko funtzioak $x=0$ puntuan maximo bat eta $x=1$ puntuan minimo bat izan ditzan: $f(x) = ax^3 + bx^2 + 4$

105. Zehaztu zein izan behar diren ondoko kurbaren koefizienteak $y = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ bere $(1,1)$ puntuko zuzen ukitzailea $y = 3x - 2$ izan dadin eta $x=4$ puntuan mutur lokal bat izan dezan.

106. Leiho bat zati laukizuzen batez eta honen gainean kokatuta dagoen zirkuluerdi batez osaturik dago. Leiho osoaren perimetroa 12 metrokoa bada, zein dira leihoak izan behar dituen neurriak ahalik eta argi gehien sar dadin?



107. Enunziatu batezbesteko balioaren teorema eta erabili $f(x) = e^{3x}$ funtzioaren kasurako $I_n = [n, n+1]$ erako tartean, n zenbaki arrunta izanik.

108. Izan bedi ondoko eran definitutako funtzioa $g(x) = \begin{cases} ax(x+1), & x \in [-1,0] \text{ bada} \\ x(x-1)^2, & x \in (0,1] \text{ bada} \end{cases}$. a parametroaren zein baliotarako aplikatu daiteke Rolle-ren teorema $g(x)$ funtzioari $[-1,1]$ tartean? Erantzuna arrazoitu

109. Izan bedi f , $x=a$ puntuan deribagarria den funtzioa. Eman f funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa puntu horretan. Zein da zuzen horren esanahi geometrikoa? Eman $f(x) = x^3 + 16$ funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa $x=a$ den puntu orokor batean. Zuzen horien artean ba al dago baten bat kurban ez dagoen $P=(0,0)$ puntutik igarotzen dena?

110. Izan bedi $f(x)$ ondoko moduan definitutako funtzioa $f(x) = x^6 e^{-x}$. Aztertu $f(x)$ funtzioaren maximo eta minimo lokalak. Ba al du $f(x)$ funtzioak asintotaririk?

111. f funtzio bati buruz zuzen errealeko puntu guztietan deribagarria dela ezaguna da. Horrez gain $f(0)=2$ eta $f'(0)=-2$ dira. Ondoko bi funtzioak definitzen baditugu:

$$g(x) = e^{f(x)} \text{ eta } h(x) = f(e^x)$$

Datu nahiko al dugu $g'(0)$ kalkulatzeko? Eta $h'(0)$ kalkulatzeko?

Erantzuna baiezkoa izatekotan, balioa kalkulatu eta ezezkoa izatekotan, esan zergatik den ezezkoa.

112. Aztertu ondoko funtzioaren definizio-eremua, gorakortasun eta beherakortasun tartekak, maximo eta minimo lokalak eta asintotak: $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}$

113. Azaldu zertan datzan funtzio konposatuak deribatzekeo erregela (edo katearen erregela). Ondoko funtzioak emanda: $f(x) = x^2+1$ eta $g(x) = \cos(x^2)$, erabili katearen erregela ondoko funtzioen deribatua kalkulatzeko: $H(x) = f(g(x))$ eta $J(x) = g(f(x))$

114. Izan bedi $f(x)$ ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = \frac{x^2}{x^2+x-2}$. Aurkitu funtzioaren definizio-eremua, gorakortasun- eta beherakortasun-tartekak eta asintotak. f funtzioak maximo edo minimorik al du?

115. Aurkitu $f(x) = x^4 + 16$ funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa $x=a$ puntuan. Ba al dago a parametroaren baliorik non zuzen ukitzailearen malda -1 den? Ba al dago a parametroaren baliorik non zuzen ukitzailea kurbatik kanpo dagoen $P=(0,0)$ puntutik igarotzen den? Erantzunak arrazoitu ezezkoak izatekotan, eta baiezkokoak izatekotan kalkuluak egin.

116. $f(x) = x^2 e^{-x}$ funtzioaren gorakortasun- eta beherakortasun-tartekak, mutur lokalak eta asintotak aztertu. Egin aurreko funtzioaren adierazpen grafikoa.

117. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x < 2 \text{ bada} \\ 2x, & x \geq 2 \text{ bada} \end{cases}$.

Existitzen al dira a eta b parametroen baliorik non f funtzioak batezbesteko balioaren teoremaren hipotesiak betetzen dituen $[0,4]$ tartean? Erantzuna arrazoitu eta baiezkoa izatekotan parametroen balioak aurkitu.

118. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 1$. Aurkitu funtzioaren gorakortasun- eta beherakortasun-tartekak eta asintotak. f funtzioak maximo edo minimorik al du?

119. Zer esan nahi du $y=ax+b$ zuzena $f(x)$ funtzioaren asintota zeharria izateak? Aurkitu ondoko funtzioaren asintota zeharria c parametroaren arabera: $f(x) = \frac{x^3 + cx^2}{3x^2 + 5}$

120. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$. Aurkitu a , b eta c parametroen balioak f funtzioaren muturrak $x=1$ eta $x=2$ puntuetan egon daitezkeen eta $P=(1,6)$ puntua f funtzioaren grafikoa egoteko

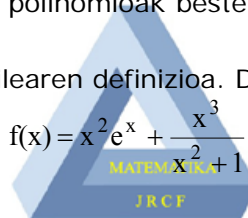
121. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$. Deskribatu funtzioaren definizio-eremua, gorapen- eta berapen-tartekak eta mutur erlatiboak

122. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = \begin{cases} \sin(x), & x \leq 0 \text{ bada} \\ x - ax^2, & x > 0 \text{ bada} \end{cases}$. Existitzen al da a parametroen baliorik non f funtzioa deribagarria den zuzen errealean osoan?

Edozein kasutan, erantzuna arrazoitu eta erantzuna baiezkoa izatekotan parametroaren balioak aurkitu.

123. $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$ polinomioari buruz ondoko datuak ezagunak dira: bere zuzen ukitzaila $x=1$ deneko puntuan $y = 7x - 3$ zuzenarekin paraleloa da eta bestalde, polinomioak, $x = -1$ deneko puntuan mutur erlatibo bat dauka. Aurrekoa ezagututa, aurkitu A eta B parametroen balioak. Arrazoitu balio horiekin $P(x)$ polinomioak beste mutur erlatiborik daukan ala ez, $x = -1$ deneko puntukoaz gain.

124. Eman funtzio deribagarri baten puntu bateko zuzen ukitzailaren definizioa. Deskribatu, laburki, zuzen ukitzailaren esanahi geometrikoa. Aurkitu $f(x) = x^2 e^x + \frac{x^3}{x^2 + 1}$ funtzioaren zuzen ukitzaila $x=1$ deneko puntuan



125. Aztertu ondoko funtzioaren gorapen- eta beherapen-tarteak $f(x) = x^4 e^{-x}$ Aurrekoa erabiliz, kalkulatu f funtzioaren maximo eta minimo lokalak eta egin funtzioaren adierazpen grafikoa.
126. h parametroaren balio bakoitzerako, izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + h$ Aurkitu f funtzioak balio maximoa eta minimoak iristen ditueneko puntuak. Aurkitu h parametroaren balioa aurreko atalean aurkitutako minimo lokalean f funtzioaren balioa 0 izan dadin.

127. Aztertu ondoko funtzioaren definizio-eremua eta maximo eta minimo lokalak eta ondoren funtzioaren adierazpen grafikoa egin. $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ Ba al du f funtzioak asintota zeiharrik? Erantzuna ezezkoa izatekotan, arrazoitu eta baiezkoa izatekotan asintota kalkulatu.

128. Enuntziatu Rolle-ren teorema. $I = [0,5]$ tartea eta $f(x) = x^2 - Ax$ funtzioa izanik, aurkitu A parametroaren balioa Rolle-ren teorema I tartean aplikatu ahal izateko, eta kasu horretan teorema aplikatu.

129. $f(x)$ funtzioari buruz ondoko datuak ezagunak dira: puntu guztietan deribagarria da eta horrez gain, $f(1) = 0$ eta $f'(1) = -2$ dira. Izan bedi h ondoko moduan definitutako funtzioa: $h(x) = e^{f(x)} + x^2 \cdot f(x) + (f(x))^2$ Kalkulatu $h'(1)$ era arrazoituan.

130. Izan bedi $f(x) = x + x \cdot e^{-x}$. Kalkulatu funtzioaren zuzen ukitzaila x puntuan non zuzen ukitzaila hori $(1,1)$ eta $(3,3)$ puntuetatik igarotzen den zuzenarekin paraleloa den.

131. 8 metro koadroko azalera duen leiho errektangeluar baten markoa egin nahi da. Marko bertikalaren prezioa 300 euro metroko da eta horizontalarena 150. Aurkitu leihoan izan behar dituen dimentsioak markoaren kostua minimoa izan dadin.

132. Aztertu ondoko funtzioaren asintotak eta maximo eta minimoak $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

133. h funtzioari buruz ondoko datuak ezagunak dira: puntu guztietan deribagarria da eta, horrez gain, $h(2) = 3$ eta $h'(2) = -1$ dira. Izan bedi f ondoko moduan definitutako funtzioa: $f(x) = \sqrt{[h(x)]^2 + x^2} + 3$ Kalkulatu f funtzioaren grafikoen zuzen ukitzailaren ekuazioa $x=2$ deneko kasuan.

134. Izan bedi h ondoko moduan definitutako funtzioa: $h(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ Aurkitu h funtzioaren asintotak, gorapen- eta beherapen-tarteak eta mutur erlatiboak. Irudikatu h funtzioaren grafikoen eskema.

135. 20 luzerako alanbre-zati bat bi zatitan banatu dugu. Lehenengo zatiarekin laukizuzen bat egin dugu non oinarria altueraren bikoitza den eta bigarren zatiarekin karratu bat egin dugu. Aurki bi zatien luzerak laukizuzenaren eta karratuaren azalaren batura minimoa izan dadin.
136. Izan bitez $f(x)=x^3+2x-1$ eta $I=[0,2]$ tartea. Enuntziatu tarteko balioaren teorema, eta aurkitu I tartearen puntua non teoremaren emaitza betetzen den f funtziorako

