

1. Ebatzi ekuazio linealen sistema hauek: a) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ x + 3y - 2z = -2 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

Sol:  $(-2, 4, 6); (3/2, -2, 1/2)$

b) 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Ebatzi ekuazio linealen sistema hauek: a) 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$$

Sol:  $(-1-3z, 2+4z, z) \forall z \in \mathbb{R}$

b) 
$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$$

3. Ebatzi, ahal bada, ondorengo sistema hauek:

a) 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - z = -10 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} -x + 2y - z = 1 \\ 2x - 4y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x - y = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

Sol:  $(-1, 1, 8); (1-3z/5, 1-z/5, z) \forall z \in \mathbb{R}; \emptyset; (z/7, 3z/7, z) \forall z \in \mathbb{R}$

4. Ebatzi Gaussen metodoa erabiliz:

a) 
$$\begin{cases} x + 2z = 11 \\ x + y = 3 \\ y + z = 13 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z - t = 0 \\ x + y - z - t = -1 \\ x + y + z - t = 2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 4x + 2y - z = 0 \\ 6x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x - 3y - z = -1 \\ x + 5y + 3z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ 3x + 7y + 5z = 5 \end{cases}$$

Sol:  $\emptyset; (-1, 1, 3/2, -1/2); (y/2, y, 0) \forall y \in \mathbb{R}; ((1-z)/2, (1-z)/2, z) \forall z \in \mathbb{R}$

5. Aztertu ondorengo sistema hauek eta ebatzi Gaussen metodoa erabiliz:

a) 
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ x - 4y - 5z = 1 \\ -2x + 2y + 4z = -2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

Sol:  $(1+z, -z, z) \forall z \in \mathbb{R}; (z/7, 3z/7, z) \forall z \in \mathbb{R}$

6. Aztertu sistema hauek eta ebatzi Gaussen metodoa erabiliz:

a) 
$$\begin{cases} -x + y + 3z = -2 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ 2x + 4y - 7z = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} y + z = -1 \\ x - y = 1 \\ x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x - y + 3z - 14t = 0 \\ 2x - 2y + 3z + t = 0 \\ 3x - 3y + 5z + 6t = 0 \end{cases}$$

Sol:  $(3/2, -1/2, 0); (-z, -1-z, z) \forall z \in \mathbb{R}; \emptyset; (y, y, 0, 0) \forall y \in \mathbb{R}$

7. Eztatidatu ondorengo ekuazio sistema hauek:

a) 
$$\begin{cases} x - y - z = k \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + kz = 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \\ 3x + ay + 4z = 0 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ mx + y - z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Sol:  $((1+k+k^2)/9, (k^2-5k-2)/9, (1-k)/3) \forall k \in \mathbb{R}; a=10 (x, -x/2, x/2) \forall x \in \mathbb{R}, a \neq 10 (0, 0, 0); (-1/5, (-11-m)/5, (-16-2m)/5) \forall m \in \mathbb{R}; a=1 \text{ S.B.E.}, a \neq 1 ((4-a)/(2a-2), (7-3a)/(2-2a), 1/(2-2a))$

8. Eztatidatu sistema hauek eta ebatzi itzazu, ebatzi ahal direnean:

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -x + \frac{y}{2} = -2 \\ x + ky = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases}$$

Sol:  $k=-1/2 \text{ S.B.Z.G. } (x, -4+2x) \forall x \in \mathbb{R}, k \neq -1/2 \text{ S.B.Z. } (2, 0); m=10 \text{ S.B.Z.G. } (x, -4+3x, -5+5x) \forall x \in \mathbb{R}, m \neq 10 \text{ S.B.E.}$

9. Ebatzi beheko sistemetako bakoitza, sistemak bateragarri egingo dituen  $m$ -ren balio bakoitzerako

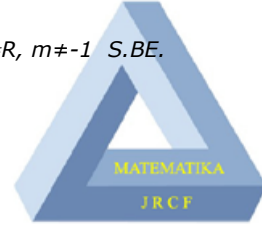
$$a) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \\ 4x + 3y = m \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + z = 3 \\ x + 2y + 5z = m \end{cases}$$

Sol:  $m=7$  S.B.Z.  $(1,1)$ ,  $m \neq 7$  S.BE.;  $m=-1$  S.B.ZG.  $(x, -8+7x, 3-3x) \forall x \in \mathbb{R}$ ,  $m \neq -1$  S.BE.

10. Eztabaidatu eta ebatzi parametroaren funtzioan:

$$a) \begin{cases} -x + my + z = 2 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ -x - 3z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + az = 5 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

Sol:  $m=1$  S.B.ZG.  $(x, (4+4x)/3, (2-x)/3) \forall x \in \mathbb{R}$ ,  $m \neq 1$  S.B.Z.  $(-1, 0, 1)$ ;  $a=2$  S.BE.,  $a \neq 2$  S.B.Z.  $(3, (4-3a)/(a-2), 2/(a-2))$



11. Eztabaidatu sistema hauek  $k$ -ren balioen arabera eta interpretatu modu geometrikoan:

$$a) \begin{cases} kx - y = 1 \\ x - ky = 2k - 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y - 5z = -16 \\ x + ky - z = 0 \end{cases}$$

Sol:  $k=1$  S.B.ZG.  $(x, x-1) \forall x \in \mathbb{R}$ ,  $k=-1$  S.BE.,  $k \neq 1, -1$  S.B.Z.  $(-1/(1+k), (-1-2k)/(1+k))$ ;  $k=0$  S.BE.,  $k \neq 0$  S.B.Z.  $((13+5k)/(5k), 13/(5k), 18/5+13/(5k))$

12. Ekuazio linealen sistema hau daukagu: 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ 2x + (2+a)y + 6z = 3 \end{cases}$$

- a) Aurkitu sistema bateraezin egingo duen  $a$ -ren balio bat.  
 b) Eztabaidatu sistema hori bateragarri eta zehaztua egingo duen  $a$  parametroaren baliorik dagoen.  
 c) Ebatzi sistema  $a=0$  kasurako.

Sol:  $a=2$  S.BE.,  $a \neq 2$  S.B.ZG.  $(x, 1/(a-2), (a-4+x(2-a))/(3(a-2))) \forall x \in \mathbb{R}$ ;  $a=0$   $(-1/2, (2-x)/3)$

13. Ondorengo ekuazio sistema hau daukagu: 
$$\begin{cases} 2x - 2y - z = 4 \\ x + 2y - 2z = -1 \\ x - z = 1 \end{cases}$$

- a) Badago  $y$  berdin 0 egingo duen soluziorik?  
 b) Ebatzi sistema  
 c) Interpretatu modu geometrikoan.

Sol: Bai  $x=3$  denean;  $(x, (x-3)/2, x-1) \forall x \in \mathbb{R}$ ; hiru planoak zuzen batean ebaki

14. Eztabaidatu ondorengo sistema  $a$  parametroaren funtzioan eta ebatzi bateragarri eta zehaztugabe diren kasuan:

$$a) \begin{cases} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} ax + y - z = 0 \\ 2x + ay = 2 \\ -x + z = 1 \end{cases}$$

Sol:  $a=1$  edo  $2$  S.BE.,  $a \neq 1, 2$  S.B.Z.

15. Eztabaidatu ondorengo sistema hau  $a$  parametroaren balioen arabera: 
$$\begin{cases} ax + y + z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \\ x - ay + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Sol:  $a=1$  S.BE.,  $a \neq 1$  S.B.Z.  $(5/(a-1), -2/(a+1), (a^2+3a+6)/(1-a^2))$