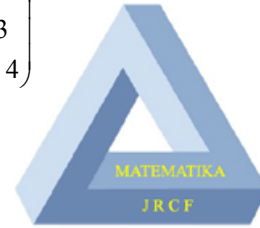


1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  matrizea emanik,

- Kalkulatu  $A^t$  eta  $A^{-1}$

- Ebatzi ondoko ekuazioak:  $A^t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  eta  $A^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

*Sol:*  $A^{-1} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -7 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5/3 \\ -7/3 \\ 7/3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}$



2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & t & t \\ -1 & t & -1 \end{pmatrix}$  matrizea emanik,

- Bilatu bere heina  $t$ -ren balioen arabera.
- Matrizearen determinantearen balioa BAT egiten duen/duten  $t$ -ren balio/entzat kalkulatu alderantzizko matrizea.

*Sol:*  $t=-2$  edo  $t=0$ ,  $hein(A)=2$ ;  $t \neq -2$  edo  $t \neq 0$ ,  $hein(A)=3$ ;  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

3. Kalkula ezazu  $A = \begin{pmatrix} 1 & a^2 - 1 & a \\ 1 & 2a^2 - 2 & 2a - 1 \\ 1 & 0 & a^2 \end{pmatrix}$  matrizearen heina  $a$  parametroaren bali-

oentzat. Bilatu, existitzen bada,  $A$  matrizearen alderantzizkoa  $a=0$  eta  $a=1$  denean.

*Sol:*  $a = -1$ ,  $hein(A)=2$ ;  $a=1$ ,  $hein(A)=1$ ;  $a=1$  denean ez du alderantzizkorik;  $a=0$  denean

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

4. Kalkulatu  $a$ -ren balioak  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ a & -2 & 1 \\ 7 & 0 & -a \end{pmatrix}$  matrizeak alderantzizkoa izan dezan.

Kalkulatu  $A^{-1}$ ,  $a=4$  denean.

*Sol:*  $a \neq 3$  eta  $a \neq 7$  denean alderantzizkoa du;  $A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 8 & 4 & -3 \\ 23 & 6 & -10 \\ 14 & 7 & -8 \end{pmatrix}$

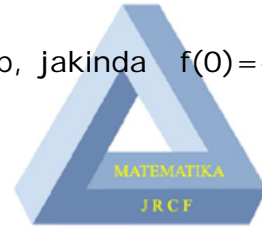
5. Bilatu  $A$  eta  $B$ , bi matrize karratu, jakinda

$$A + B = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \text{ eta } 2A + 3B = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

*Sol:*  $A = \begin{pmatrix} 16 & -4 \\ 14 & 18 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ -7 & -9 \end{pmatrix}$

6. Egiaztatu  $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} = a(b-a)(c-b)(d-c)$

7.  $f(x) = \begin{vmatrix} a & b & -2a & 3b \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$  funtzioa emanik, bilatu a eta b, jakinda  $f(0)=-3$  eta  $f(1)=f(-1)$  direla.  
 Sol:  $a=0, b=-1$



8. Ebatzi  $\begin{vmatrix} x-a-b & a & b \\ c & x-b-c & b \\ c & a & x-a-c \end{vmatrix} = 0$

Sol:  $(x-(a+b+c))^2 \cdot x \rightarrow x=0$  eta  $x=a+b+c$

9. Kalkulatu  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix}$  determinantea

Sol: 0

10. Bila ezazu  $\lambda$ -ren zein edo zeintzuk balioentzat duen alderantzizkoa ondoko matrizeak  $A = \begin{pmatrix} 3 & \lambda & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Kalkulatu  $\lambda=4$  denerako, existitzen bada, A matrizearen alderantzizkoa.

Sol:  $\lambda=3$  denean ez du alderantzizkorik;  $A^{-1} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 7 & -9 & 8 \\ -3 & 3 & -3 \\ 12 & -15 & 12 \end{pmatrix}$

11.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  matrizeak,

- Ikertu existitzen bada eta, baiezkoan, kalkulatu A matrizearen alderantzizkoa.
- Bilatu X matrize bat non  $A \cdot B = A \cdot X \cdot A$  den.

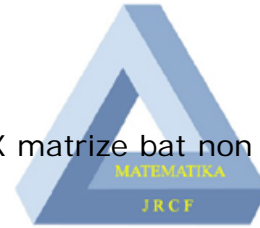
Sol:  $A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 & 2 & -11 \\ -2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ ;  $X = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -3 & -3 & -6 \\ 12 & 3 & 24 \\ 9 & 0 & 18 \end{pmatrix}$

12. Ebatzi  $\begin{vmatrix} x+2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x+2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x+2 & 1 \\ x & x & x & 3 \end{vmatrix} = 0$

Sol:  $12(x+1)^2 = 0 \rightarrow x = -1$

13.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  matrizeak emanik, kalkulatu  $a$  parametroaren balioak  $A \cdot X = B$  izan daiten. Ebatzi ekuazio bera  $a=0$  denean.

Sol:  $a \neq -1$  denean;  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$



14.  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  eta  $C = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$  matrizeak emanik, bilatu  $X$  matrize bat non  $A \cdot X \cdot A^{-1} = C$  betetzen duen. Ebatzi  $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Sol:  $X = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ ;  $x = -1$  eta  $y = 5$

15.  $a, b, c$  eta  $d$ -ren zein balioentzat ematen da  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Sol:  $a = -d$  eta  $c = \frac{-a^2}{b}$

16. Bilatu  $a$  parametroaren balioa  $\begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  matrizea alderantzgarria izan dadin eta, balio horrentzat (horientzat) kalkulatu alderantzizkoa.

Sol:  $a \neq 0$  denean;  $A^{-1} = \frac{1}{a^3 - a + 1} \begin{pmatrix} a^2 & 1 & -a \\ -a & a^2 - 1 & 1 \\ 1 - a & -a & a^2 \end{pmatrix}$

17.  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$  matrizeak emanik, kalkulatu  $P \cdot B = A \cdot P$  baldintza betetzen duen  $P$  matrizea.

Sol:  $P = \begin{pmatrix} 3c + 2d & -c \\ c & d \end{pmatrix}$

18. Bilatu  $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$  betetzen duten  $x$  balio guztiak

Sol:  $x=0$  edo  $x = -(a+b+c)$

19. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$  matrizea. Bilatu  $A \cdot X = \lambda \cdot X$  betetzen duten  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  matrizeak.

Sol:  $\lambda \neq 2$ ,  $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\lambda = 2$ ,  $X = \begin{pmatrix} -2t + h \\ t \\ h \end{pmatrix}$

20.  $P = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$  eta  $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  matrizeak emanik, kalkulatu ezazu  $A^4$ , jakinda

$A = P \cdot D \cdot P^{-1}$  dela.

Sol:  $A^4 = \begin{pmatrix} 49/4 & -15\sqrt{3}/4 \\ -15\sqrt{3}/4 & 19/4 \end{pmatrix}$

21.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  matrizea izanda, arrazoitu existitzen bada  $B$  matrize bat non  $A \cdot B = I$  den ( $I$  unitate matrizea); baiezkotan bilatu  $B$ .  $A$  matrizea  $K_c$  alderantzizkoa du? Arrazoitu erantzuna.

Sol:  $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 \\ e & f \end{pmatrix}$ ; Ez du alderantzizkorik

22. Bilatu  $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$  forma duten matrize guztiak jakinda  $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  dela.

Sol:  $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  edo  $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

23. Ebatzi  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = 0$

Sol:  $(b-a)(c-a)(c-b) = 0$   $b=a$  edo  $c=a$  edo  $b=c$

24. Ebatzi  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & x & 1 & 1 \\ -1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & -1 & x \end{vmatrix} = 0$

Sol:  $(x+1)^3 = 0 \rightarrow x = -1$

25.  $A$  matrizea ortogonal da  $A \cdot A^t = I$  denean.  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & \cos b & \sin b \\ 0 & -\sin b & \cos b \end{pmatrix}$  matrizea ortogonala izan dadin bilatu  $a$  eta  $b$ -ren balioak.

Sol:  $a = \pm 1$  eta  $b$  edozein balio

26.  $c$  parametroaren zein balioentzat izango da alderantzgarria  $\begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \\ c & 4 & 0 \end{pmatrix}$  matrizea?

Bilatu alderantzizko matrizea  $c=1$  denean.

Sol:  $c \neq 0, -2$  eta  $2$  denean;  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4/3 & 0 & -1/3 \\ -1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

27. Bilatu  $A^2=I$  baldintza betetzen duten  $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$  matrize guztiak

Sol:  $b \neq 0$  eta  $a=1, c=-1$  direnean  $A=\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $b \neq 0$  eta  $a=-1, c=-1$  direnean  $A=\begin{pmatrix} -1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

28. Aztertu, determinanteen propietateak erabilita, ondorengo balioak

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -4 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 6 \\ 0 & 4 & 4 & 7 \\ 2 & 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

Sol: 0; -4; 0



29. Froga ezazu  $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & a & b-1 \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$  matrizeak alderantzizkoa duela  $a$  eta  $b$  nulua ez direnean. Kalkulatu  $A^{-1}$   $a=b=1$  denean

Sol:  $-ab$ ;  $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

30. Kalkulatu  $A$  matrizea,  $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  betetzen dela jakinda.

Sol:  $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}$

31. Izan bedi  $A=\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ -1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  matrizea eta  $\lambda$  zenbaki erreal bat. a) Kalkulatu  $\lambda$ -ren

balioak alderantzizkoa izan dezan. b) Kalkulatu  $b \in \mathbb{R}$  balioa  $b \cdot A$  matrizearen determinantea 1 izan dadin.

Sol:  $\lambda=0$  eta  $\lambda=7$ ;  $b=\sqrt{\frac{1}{7\lambda-\lambda^2}}$

32. Izan bedi  $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  matrizea. a) Kalkulatu  $|A|=|A+I|$  baldintza betetzen duten matrizeak. b) Aurreko baldintza betetzen duten eta alderantzizkorik ez duten matrize diagonal guztiak bila itzazu.

Sol:  $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a-1 \end{pmatrix}$ ;  $a=0$  edo  $a=-1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

33. Bila ezazu,  $a$  parametroaren balioen arabera,  $A=\begin{pmatrix} a & a & 1 & 1 \\ 1 & a & a & 1 \\ 1 & 1 & a & a \end{pmatrix}$  matrizearen

heina.

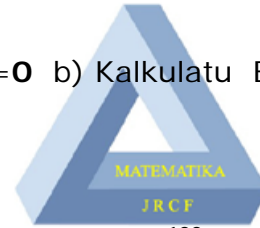
Sol:  $a \neq -1$  eta  $a \neq 1$ ,  $heina(A)=3$ ;  $a=1$ ,  $hein(A)=1$ ;  $a=-1$ ,  $hein(A)=2$

34. Bilatu  $a$ -ren funtzioan  $A = \begin{vmatrix} a & a & a & a \\ 2 & a & a & a \\ 3 & 2 & a & a \\ 4 & 3 & 2 & a \end{vmatrix}$  determinantearen balioa

Sol:  $a(a-2)^3$

35. Izan bedi  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  matrizea. a) Egiaztatu  $B^3 - 2B^2 = \mathbf{0}$  b) Kalkulatu  $B^n$

Sol: ...;  $2^{n-1} \cdot B$



36. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  matrizea. a) Bilatu  $A^{-1}$  b) Kalkulatu  $A^{100}$

Sol:  $-A^2$ ;  $-A$

37. Izan bedi  $k$  zenbaki arrunta eta izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ;  $C = (1 \ 1 \ 2)$  matrizeak. a) Kalkulatu  $A^k$  b) Bilatu  $A^k \cdot X = B \cdot C$  baldintza betetzen duen  $X$  matrizea.

Sol:  $A^k = \begin{pmatrix} 1 & k & k \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

38. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$  matrizea. a) Bilatu  $B = A^2 - 2A$  matrizea b) Bilatu  $\lambda$ -ren balioan  $B$  matrizea alderantzgarria izan dadin. c) Kalkulatu  $A^{-1}$ ,  $\lambda = 1$  denean.

Sol:  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1-\lambda \\ \lambda-1 & \lambda^2 - 2\lambda - 1 \end{pmatrix}$ ;  $\lambda \neq -1$  eta  $\lambda \neq 3$  denean;  $B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

39. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  matrizea. a)  $(A-I)^2 = \mathbf{0}$  betetzen duten  $m$ -ren balioak bila itzazu. b)  $m=2$  denean, bilatu  $X$  matrize bat non  $A \cdot X - 2A^t = \mathbf{0}$  den.

Sol:  $m=0$ ;  $X = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

40. Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  eta  $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  matrizeak, kalkulatu  $X$  matrizea non  $A \cdot B^t \cdot X = -2C$  den.

Sol:  $X = \begin{pmatrix} -1/7 & -1 \\ 5/14 & 3/2 \end{pmatrix}$

41. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$  matrizea,  $a$  zenbaki erreala izanik. a) Kalkulatu  $a$ -ren balioa  $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$  izan dadin. b)  $A$  matrizea simetrikoa egingo duen  $a$ -ren baliorik ba ote dago?

Sol:  $a=4$ ; Ez

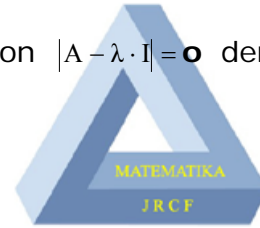
42. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  matrizea. a) Bilatu  $m \in \mathbb{R}$  balioak A matrizeak

alderantzikoa izan dezan. b)  $m=0$  eta  $X=(x \ y \ z)$  izanik, ebatzi  $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Sol:  $m \neq 2$  eta  $m \neq -3$ ;  $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

43. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  matrizea. a) Kalkulatu  $\lambda \in \mathbb{R}$  non  $|A - \lambda \cdot I| = 0$  den. b) Kalkulatu  $A^2 - 7A + 10 \cdot I$

Sol:  $\lambda = 2$  eta  $\lambda = 5$ ;  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$



44. Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  matrizeak. a) Kalkulatu  $m \in \mathbb{R}$  A

matrizeak alderantzikoa izan ez dezan. b)  $m=3$  denean ebatzi  $A \cdot X = O$ .

Sol:  $m=3$ ;  $(-x, x, x) \ \forall x \in \mathbb{R}$

45. Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$  matrizeak. a) Bilatu, existitzen bada,

$A \cdot B + C$  matrizearen alderantzikoa. b) Bilatu, existitzen badira,  $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

betetzen duten x eta y zenbaki errealak.

Sol:  $\frac{-1}{6} \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -10 & -7 \end{pmatrix}$ ;  $x=y=0$  denean.

46. Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  eta  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  matrizeak izanda,

a) A matrizeak alderantzikoa du? Baiezkoan, kalkulatu. b) Bila ezazu  $AX + C \cdot B^t = B \cdot B^t$  betetzen duen X matrizea.

Sol:  $A^{-1} = \frac{-1}{7} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $X = \frac{-1}{7} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 26 \end{pmatrix}$

47. Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$  matrizea. a) Bilatu  $A^2 - 2A + I = 0$  betetzen duen b-

ren balioa. b)  $b=2$  denean, kalkulatu  $A \cdot X - 2A^t = 0$  betetzen duen X matrizea.

Sol:  $b=2$ ;  $X = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 8 \\ -2 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

48.  $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$  dela jakinda kalkulatu, propietateak erabilita

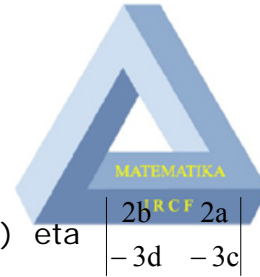
a)  $|-3A|$  eta  $|A^{-1}|$       b)  $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$       c)  $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$

Sol:  $1/2$ ;  $-4$ ;  $-2$

49.  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$  matrizearen heina 2 dela jakinda, a) zein da a-ren balioa?

b) Ebatzi  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Sol:  $-5; \left(\frac{2}{5} - \frac{4b}{5}, \frac{1}{10} - \frac{7b}{10}, b\right)$



50.  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  eta  $\det(A) = 4$  izan da, a) Kalkulatu  $\det(3A^t)$  eta  $\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$   
 b)  $B^3 = I$  bada, kalkulatu  $\det(B)$     c)  $C^{-1} = C^t$  bada, izan daiteke  $\det(C) = 3$ ?  
 Arrazoiu erantzuna.

Sol: 24; 1; EZ

51. Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  eta  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  matrizeak. a) Kalkulatu

$A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $A^t \cdot B^t$  eta  $C^t \cdot A^t$     b) A, B, C eta  $A \cdot B$  matrizeen artean zeintzuk dute alderantzizkoa? Egiazkoan kalkulatu.

Sol:  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$