

1. Eztabaidatu $\begin{cases} kx + 2z = 0 \\ ky - z = k \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$ sistema a parametroaren balioen arabera. Ebatzi

$k=1$ denean

Sol: $k=0$ S.B.ZG.; $k=-1$ S.BE.; $k \neq 0, -1$ S.B.Z.; $k=1$ $(-2, 2, 1)$

2. Eztabaida eta ebatz ezazu ondoko sistema, a parametroaren balioen arabera: $\begin{cases} x + y + z = m + 1 \\ mx + y + (m - 1)z = m \\ x + my + z = 1 \end{cases}$



Sol: $m \neq 1$ S.B.Z. $\left(\frac{-m^3 + m^2 + 2m - 3}{m - 1}, \frac{-m}{m - 1}, m^2 + m \right)$; $m=1$ S.BE.;

3. a) Eztabaidatu $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ x + (1 + a)y - az = 2a \\ x + ay + (1 + a)z = 1 \end{cases}$ sistema a parametroaren balioen arabera

eta lortutakoa interpretatu geometrikoki. b) Bateragarri zehaztugabea den kasuaren bat agertu bada, ebatzi.

Sol: $a \neq 0, 1$ S.B.Z.; $a=0$ S.BE.; $a=1$ S.B.ZG. $(-5t, 1+3t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

4. a) Ikertu $\begin{cases} mx + y + z = 3 \\ x - my + z = 1 \\ x + y + z = m + 2 \end{cases}$ sistemaren bateragarritasuna m parametroaren

balioen arabera. b) Ebatzi $m=2$ denean.

Sol: $m \neq 1, -1$ S.B.Z.; $m=1$ S.B.ZG.; $m=-1$ S.B.ZG.; $m=2$ $(-1, 1, 4)$

5. a) Ikertu $\begin{cases} x + my + z = 2 \\ 2x - y + mz = 0 \\ x + 3y + z = 8 - 2m \end{cases}$ sistemaren bateragarritasuna m parametroaren

balioen arabera. b) Ebatzi $m=0$ denean.

Sol: $m \neq 2, 3$ S.B.Z.; $m=2$ S.BE.; $m=3$ S.B.ZG.; $m=0$ $(1, 2, 1)$

6. Eztabaida eta ebatz ezazu ondoko sistema, a parametroaren balioen arabera: $\begin{cases} 2x - y - z = a \\ -x + 2y - z = a \\ -x - y + 2z = a \end{cases}$

Sol: $a \neq 0$ S.BE.; $a=0$ S.B.ZG. $(t, t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

7. a) Eztabaidatu $\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax - y + z = 1 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$ sistema a parametroaren balioen arabera. b)

Ebatzi $a=2$ denean.

Sol: $a \neq 1$ S.B.Z.; $a=1$ S.BE.; $a=2$ $(-3, 2, 9)$

8. a) Eztabaidatu $\begin{cases} x + 2z = 0 \\ 3y + z = 0 \\ ax + z = 0 \end{cases}$ sistema a parametroaren balioen arabera. b)

Ebatzi bateragarria den kasuetan.

Sol: $a \neq 1/2$ S.B.Z. (Sol. nabaria); $a=1/2$ $(6t, t, -3t) \forall t \in \mathbb{R}$

9. a) Kalkulatu m parametroaren balioak $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$ sistema bateragarri

zehaztugabea izan dadin. b) Lortutako m -ren balio horietarako ebatzi.

Sol: $m \neq 1, -2$ S.B.Z. (Sol. nabaria); $m=1$ S.B.ZG. $(-\lambda-\mu, \lambda, \mu) \forall \lambda, \mu \in \mathbb{R}$; $m=-2$ S.B.ZG. $(t, t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

10. Eztabaidatu eta interpretatu geometrikoki $\begin{cases} ax + y + z = a \\ x + (1-a)y + (a-1)z = 3 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$ sistema, a

parametroaren balioen arabera. b) Ebatzi $a=1$ denean.

Sol: $a \neq 1$ S.BE.; $a=1$ S.B.ZG. (hiru plano zuzen batean ebaki) $(3, -2-t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

11. a) Eztabaidatu $\begin{cases} kx + y + z = k \\ x + ky - z = 1 \\ 3x + y + kz = 2 \end{cases}$ sistema k parametroaren balioen arabera. b)

Ebatzi bateragarri zehaztugabea den kasuan.

Sol: $k \neq 2, -1$ S.B.Z.; $k=2$ S.BE.; $k=-1$ S.B.ZG. $(3/4+1/2t, -1/4-1/2t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

12. Eztabaidatu $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + ky + z = 8 \\ kx + y + kz = 10 \end{cases}$ sistema k parametroaren balioen arabera.

Sol: $k \neq 2, -1$ S.BE.; $k=-1$ S.BE.; $k=2$ S.B.Z.

13. Eztabaidatu eta ebatzi a parametroaren balioen arabera: $\begin{cases} 2x + ay + z = 2 \\ x + ay = 1 \\ -y + az = 0 \end{cases}$

Sol: $a \neq 1, -1$ S.B.Z.; $a=-1$ S.B.ZG. $(1+t, t, -t) \forall t \in \mathbb{R}$; $a=1$ S.B.ZG. $(1-t, t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

14. Eztabaidatu a parametroaren balioen arabera eta ebatzi, posible den kasue-

tan, ondoko sistema: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y + az = 1 \\ 4x + y + a^2z = a \end{cases}$

Sol: $a \neq 1, 2$ S.B.Z. $\left(\frac{1-a}{a-2}, 2, \frac{1}{a-2}\right)$; $a=1$ S.B.ZG. $(0, 1-t, t) \forall t \in \mathbb{R}$; $a=2$ S.BE.

15. Eztabaidatu a parametroaren balioen arabera eta ebatzi, posible den kasue-

tan, ondoko sistema: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + ay + 6z = 2 \\ 3x + 6y + az = 1 \end{cases}$

Sol: $a \neq 4, 9$ S.B.Z. $\left(\frac{a-3}{a-9}, 0, \frac{-2}{a-9}\right)$; $a=4$ S.B.ZG. $(-1/5-2t, t, 2/5) \forall t \in \mathbb{R}$; $a=9$ S.BE.

16. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + ay + 6z = 2 \\ 3x + 6y + az = 1 \end{cases}$ sistema emanik, a) Bilatu a -ren balioa sistema bateraezina

izan dadin. b) Eztabaidatu a -ren balioak sistema bateragarri zehatza izan dadin. c) $a=0$ denean ebatzi sistema

Sol: $a=2$ S.B.Z.; $a \neq 4$ S.B.ZG.; $a=0$ S.B.ZG. $(2-3t, -1/2, t) \forall t \in \mathbb{R}$

17. Eztabaidatu eta ebatzi parametroen balioen arabera
$$\begin{cases} x + (\lambda + 1)y + \mu z = \lambda \\ \lambda y + \mu z = \lambda + \mu \\ x + 2y + z = \mu \end{cases} \quad \text{sis-tema.}$$

tema.

Sol: $\lambda \neq \mu$ S.B.Z.; $\lambda = \mu \rightarrow \lambda = 0$ eta $\lambda = 1$ S.B.ZG.; $\lambda \neq 0, 1$ S.BE.

18. Eztabaidatu eta ebatzi parametroen balioen arabera
$$\begin{cases} 2x + ay + z = 1 \\ x + y + az = b \\ x - y + z = 3 \end{cases} \quad \text{sistema.}$$

Sol: $a \neq 0$ eta $\forall b$ S.B.Z.; $a = 0$ eta $b = -2$ S.B.ZG.; $a = 0$ eta $b \neq -2$ S.BE.; $a = -1$ eta $b = -7$ S.B.Z.; $a = -1$ eta $b \neq -7$ S.BE.

19. Izan bedi
$$\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Ebatzi bateragarri zehaztugabea egiten}$$

duen a-ren balioarentzat. b) Ebatzi $a = -2$ denean.

Sol: $a \neq 1, -1$ S.B.Z.; $a = -1$ S.B.ZG. $(-3/2, 5/2 - z, z) \forall z \in \mathbb{R}; a = 1$ S.BE.; $a = -2$ $(-4/3, 1, 1/3)$

20. Izan bedi
$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Eztabaidatu a parametroaren balioen}$$

arabera. b) Ebatzi $a = 2$ denean.

Sol: $a \neq 0, 1, -1$ S.B.Z.; $a = 0$ S.BE.; $a = 1$ S.B.ZG.; $a = -1$ S.B.ZG.; $a = 2$ $(3/2, -1/2, 3/2)$

21. Izan bedi
$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ x + ay + z = 4 \\ x + y + z = a + 2 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Eztabaidatu a parametroaren balioen}$$

arabera. b) Ebatzi $a = 2$ denean.

Sol: $a \neq 1, -1$ S.B.Z.; $a = 1$ S.BE.; $a = -1$ S.B.ZG.; $a = 2$ $(1, 0, 3)$

22. Izan bedi
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + ay + z = 8 \\ ax + y + az = 10 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Eztabaidatu a parametroaren balioen}$$

arabera. b) Ebatzi $a = 2$ denean.

Sol: $a \neq -1, 2$ S.BE.; $a = -1$ S.BE.; $a = 2$ S.B.ZG. $(4 - z, 2, z) \forall z \in \mathbb{R}$

23. Izan bedi
$$\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 3x + ay + z = a - 1 \\ 2x + ay = -2 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Eztabaidatu a parametroaren balioen}$$

arabera. b) Ebatzi $a = 1$ denean.

Sol: $a \neq 1$ S.B.Z.; $a = 1$ S.B.ZG. $(2 - z, -6 + 2z, z) \forall z \in \mathbb{R}$

24. Izan bedi
$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ -ax + 3y + z = -7 \\ x + 2y + (a + 2)z = -5 \end{cases} \quad \text{sistema; a) Eztabaidatu a parametroaren balioen}$$

arabera. b) Ebatzi bateragarri zehaztugabea denean.

Sol: $a \neq -1, -2$ S.B.Z.; $a = -1$ S.BE.; $a = -2$ S.B.ZG. $(1 - 2z, -3 + z, z) \forall z \in \mathbb{R}$

25. Izan bedi
$$\begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{cases}$$
 sistema; a) Bilatu m-ren balioak sistemak soluzio

bakarra izan dezan. $m=1$ denean kalkulatu soluzioa. b) Bilatu m-ren balioak sistemak infinitu soluzio izan ditzan. Bilatu soluzio horiek. c) Sistemak soluziorik ez duen m-ren balioen bat ote dago?

Sol: $m \neq -1, 0$ S.B.Z.; $m=1$ $(-2, 2, 1)$; $m=0$ S.B.Z.G.; $m=-1$ S.BE.

26. Izan bedi
$$\begin{cases} (b+1)x + y + z = 2 \\ x + (b+1)y + z = 2 \\ x + y + (b+1)z = -4 \end{cases}$$
 sistema, a) Eztabaidatu a parametroaren balioen arabera. b) Bateragarri zehaztugabea den kasuetan bilatu soluzioa.

Sol: $b \neq 0, -3$ S.B.Z.; $b=0$ S.BE.; $b=-3$ S.B.Z.G. $(-2+t, -2+t, t) \forall t \in \mathbb{R}$

27. Izan bedi
$$\begin{cases} 5x + 2y - z = 0 \\ x + y + (m+4)z = my \\ 2x - 3y + z = 0 \end{cases}$$
 sistema. a) Sistemak soluzio bakarra duen kasurako, kalkulatu m-ren balioak. b) Ebatzi sistema infinitu soluzio dituen kasurako eta eman soluzio bat non $z=19$ den.

Sol: $m \neq -7$; $(t/19, 7t/19, t) \forall t \in \mathbb{R}, z=19$ $(1, 7, 19)$

28. Izan bedi
$$\begin{cases} x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 2 \\ mx + y + z = m \end{cases}$$
 sistema. a) m-ren zein balioentzat ditu sistemak gutxienez bi soluzio? b) m-ren zein balioentzat du soluzio bat non $x=1$ den.

Sol: $m=-2$; $\forall m \in \mathbb{R}$ da $x=1$

29. Ezaguna da
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + az = 1 \\ y + z = a \end{cases}$$
 sistemak soluzio bakarra duela. a) Froga ezazu $a \neq 0$ dela. b) Bilatu sistemaren soluzioa.

Sol: \dots ; $((2-a^2)/2, a/2, a/2)$

30. Izan bedi
$$\begin{cases} x + my = m \\ mx + y + (m-1)z = 1 \\ mx + y = 2 + m \end{cases}$$
 sistema. a) Eztabaidatu sistema m parametroaren balioen arabera. b) Bateragarri zehaztugabea denean bilatu soluzioak.

Sol: $m \neq 1, -1$ S.B.Z.; $m=1$ S.BE.; $m=-1$ S.B.Z.G. $(t, 1+t, 0) \forall t \in \mathbb{R}$

31. Izan bedi
$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ 2x - 13y + 2z = 0 \\ (a+2)x - 12y + 12z = 0 \end{cases}$$
 sistema. a) Bilatu a-ren balioak sistema bateragarri zehaztugabea izan dadin. b) Ebatzi kasu horietan.

Sol: $a=0$ denean $(-t, 0, t) \forall t \in \mathbb{R}$

32. Bilatu m-ren balioak
$$\begin{cases} 2x + y + z = mx \\ x + 2y + z = my \\ x + 2y + 4z = mz \end{cases}$$
 sistemak soluzio bat baino gehiago izan ditzan.

Sol: $1, (7+\sqrt{13})/2, (7-\sqrt{13})/2$

33. Izan bedi
$$\begin{cases} x + my - z = -2 + 2my \\ mx - y + 4z = 5 + 2z \\ 6x - 10y - z = -1 \end{cases}$$
 sistema. a) Eztabaidatu m -ren balioen arabera. b) Ebatzi bateragarri zehaztugabea denean.

Sol: $m \neq 3, -5$ S.B.Z.; $m=3$ S.B.ZG.; $m=-5$ S.BE.; $m=3$ denean $((17-7t)/8, (11-7t)/8, t) \forall t \in \mathbb{R}$

34. Izan bedi
$$\begin{cases} x + 3y + z = 3 \\ 2x + my + z = m \\ 3x + 5y + mz = 5 \end{cases}$$
 sistema. a) Bilatu m sistema soluzio bakarria izan

dezan. b) Bilatu m sistemak gutxienez bi soluzio izan ditzan. c) Bilatu m , posible baldin bada, sistemak soluziorik ez dezan izan.

Sol: $m \neq 2, 7$ S.B.Z.; $m=2$ eta $m=7$ S.B.ZG.; Ez dago

35. Izan bedi
$$\begin{cases} x - my + z = 1 \\ x + y + z = m + 2 \\ x + y + mz = 4 \end{cases}$$
 sistema. a) Eztabaidatu m -ren balioen arabera. b)

Ebatzi bateragarri zehaztugabea denean.

Sol: $m \neq 1, -1$ S.B.Z.; $m=-1$ S.B.ZG. $(4-t, t, -4/3) \forall t \in \mathbb{R}$; $m=1$ S.BE.